CORRIGÉ DST 3$^{\text{ème}}$

Exercice 3 :

1. Dans le triangle AIR, on a $[AR]$ comme plus grand côté, et
$AR^2 = 9,6^2 = 92,16$ tandis que $AI^2 + IR^2 = 7,6^2 + 4,8^2 = 57,76 + 23,04 = 80,8$.
On a donc $AR^2 \neq AI^2 + IR^2$. D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle AIR n'est pas rectangle.

2. Dans le triangle AIR on a $C \in [AR]$ et $B \in [AI]$. Et on a les égalités suivantes : $\dfrac{AB}{AI} = \dfrac{5,7}{7,6} = 0,75$ tandis que $\dfrac{AC}{AR} = \dfrac{7,2}{9,6} = 0,75$.
Donc $\dfrac{AB}{AI} = \dfrac{AC}{AR}$. D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (IR) sont parallèles.

3. Dans le triangle AIR, on a $B \in [AC]$ et $C \in [AR]$. De plus, d'après la question précédente, les droites (BC) et (IR) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a l'égalité des longueurs $\dfrac{AB}{AI} = \dfrac{AC}{AR} = \dfrac{BC}{IR}$.
On a donc $0,75 = \dfrac{BC}{4,8}$ donc par produit en croix : $BC = 4,8 \times 0,75$. Donc $BC = 3,6cm$.

Exercice 7 :

1. Dans le triangle MNP, on a $[MN]$ comme plus grand côté, et
$MN^2 = 10^2 = 100$ tandis que $MP^2 + PN^2 = 5^2 + (5\sqrt{3})^2 = 25 + 75 = 100$.
On a donc $MN^2 = MP^2 + PN^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MNP est rectangle en P.

2. Dans le triangle MNP rectangle en P, on a $\cos(\widehat{MNP}) = \dfrac{PN}{MN} = \dfrac{5\sqrt{3}}{10} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
Et d'après l'énoncé, on a $\cos(30°) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Donc $\widehat{MNP} = 30°$.

3. Dans le triangle PIN rectangle en I, on a $\sin(\widehat{INP}) = \dfrac{PI}{PN}$ donc $\sin(30) = \dfrac{PI}{5\sqrt{3}}$. Par produit en croix : $PI = \sin(30) \times 5\sqrt{3} = \dfrac{5\sqrt{3}}{2} = 2,5\sqrt{3}$.

4. L'aire du triangle MNP est égale à $\dfrac{MP \times PN}{2} = \dfrac{25\sqrt{3}}{2}$.
Autre méthode : l'aire du triangle MNP est égale à $\dfrac{PI \times MN}{2} = \dfrac{25\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 8 :

1. Dans le triangle HOM rectangle en H, on a $\cos(\widehat{HOM}) = \dfrac{OH}{OM}$ donc $\cos(52) = \dfrac{OH}{18}$. Par produit en croix : $OH = \cos(52) \times 18 \simeq 11\,m$.
Dans le triangle HOM rectangle en H, on a $\sin(\widehat{HOM}) = \dfrac{HM}{OM}$ donc $\sin(52) = \dfrac{HM}{18}$. Par produit en croix : $HM = \sin(52) \times 18 \simeq 14\,m$.

2. La hauteur totale de la géode est $OH + R \simeq 11 + 18 = 29\,m$.

3. La section d'une sphère par un plan est un cercle. La surface au sol est donc un disque.

4. L'aire du disque est $\pi HM^2 = 14^2\pi = 196\pi$.

5. L'échelle 1/300 signifie que 1 mètre sur le dessin représente 300 mètres dans la réalité. Ou encore que 1 mètre dans la réalité sera représenté par $\dfrac{1}{300}$ mètres sur le dessin.
Donc 18 mètres dans la réalité sera représenté par $\dfrac{18}{300} = 0,06$ mètres sur le dessin.
Sur la représentation, la longueur OM est représentée par $6\,cm$.