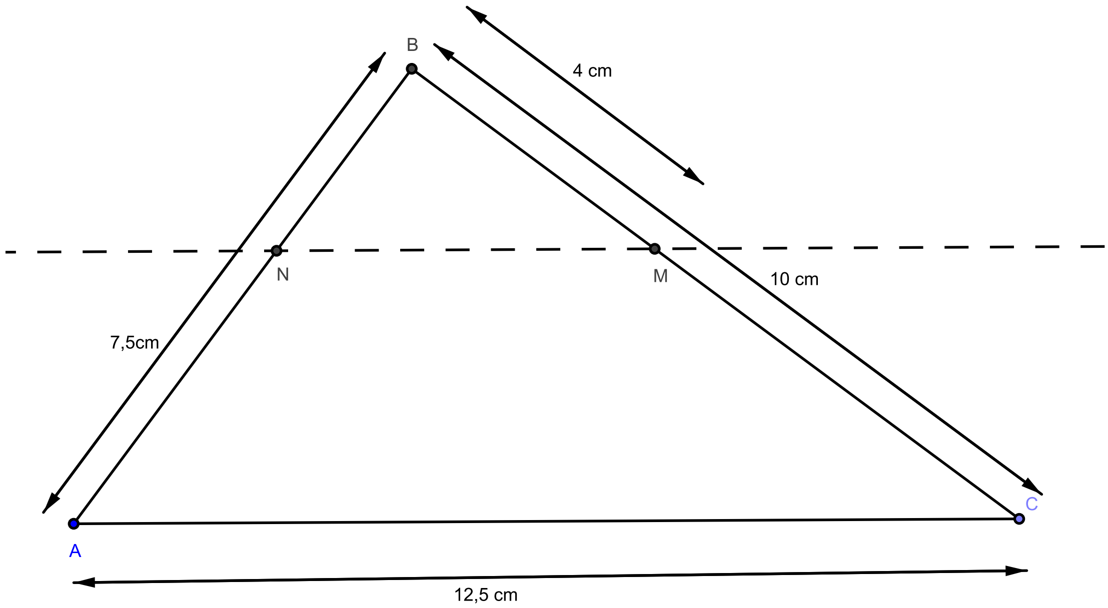
Exercice 1

1.



2. Dans le triangle ABC, on a $AC^2 = 12,5^2 = 156,25$ et $BA^2 + BC^2 = 7,5^2 + 10^2 = 56,25 + 100 = 156,25$.
Donc $AC^2 = BA^2 + BC^2$.
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, $\boxed{\text{le triangle } ABC \text{ est rectangle en } B}$

3. cf dessin

4. Dans le triangle ABC, on a $M \in [BC]$, $N \in [AB]$ et $(MN)/\!/(AC)$. Donc d'après le théorème de Thalès, on a l'égalité des rapports suivants :

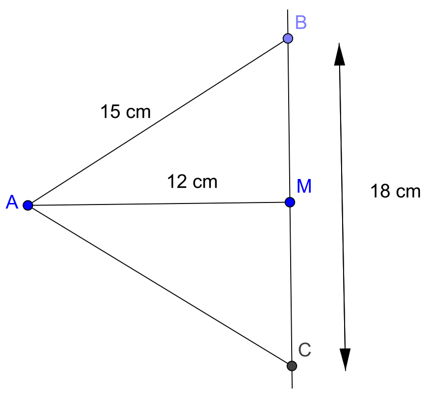
$$\frac{BM}{BC} = \frac{BN}{BA} = \frac{MN}{CA}$$

$\dfrac{BM}{BC} = \dfrac{BN}{BA}$ donc $\dfrac{4}{10} = \dfrac{BN}{7,5}$; donc $BN = \dfrac{4 \times 7,5}{10} = 3$. $\boxed{\text{Le segment } [BN] \text{ mesure donc } 3\ cm}$

$\dfrac{BM}{BC} = \dfrac{MN}{CA}$ donc $\dfrac{4}{10} = \dfrac{MN}{12,5}$; donc $BN = \dfrac{4 \times 12,5}{10} = 5$. $\boxed{\text{Le segment } [MN] \text{ mesure donc } 5\ cm}$

Exercice 2

1.

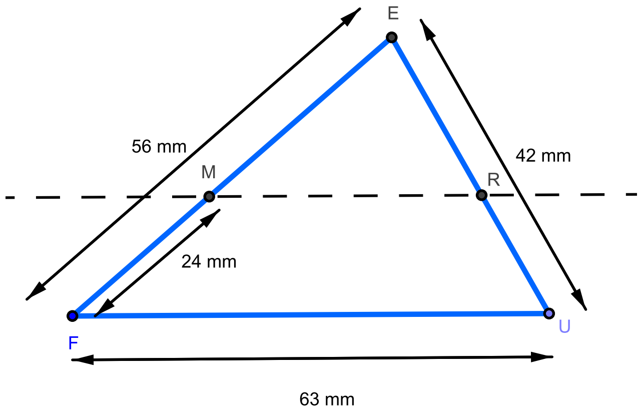


2. Dans le triangle ABM, on a $AB^2 = 15^2 = 225$ et $MA^2 + MB^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225$.
Donc $AB^2 = MA^2 + MB^2$.
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, $\boxed{\text{le triangle } ABM \text{ est rectangle en } M}$

3. La droite (AM) est donc perpendiculaire à la droite (BC) et passe par M milieu de $[BC]$.
Donc la droite (AM) est la médiatrice du segment $[BC]$. Le point A est donc équidistant des points B et C, et $\boxed{\text{le triangle } ABC \text{ est isocèle de sommet } A}$

Exercice 3

1.



2. $FM = 24\ mm$ et $FE = 56\ mm$ donc $ME = 32\ mm$.

3. Le périmètre du triangle MER est égal à $ME + ER + RM$.

Dans le triangle FEU, on a $M \in [FE]$ et $R \in [EU]$; et $(MR)//(FU)$. Donc d'après le théorème de Thalès, on a l'égalité des rapports suivants :

$$\frac{EM}{EF} = \frac{ER}{EU} = \frac{MR}{FU}$$

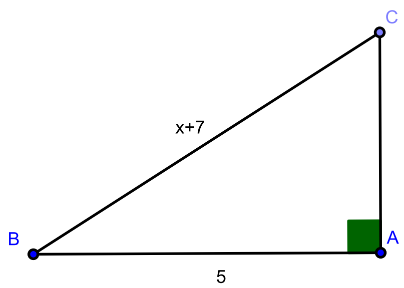
$\frac{EM}{EF} = \frac{MR}{FU}$ donc $\frac{32}{56} = \frac{MR}{63}$; donc $MR = \frac{32 \times 63}{56} = 36$. $\boxed{\text{Le segment } [MR] \text{ mesure donc } 36\ mm}$

$\frac{EM}{EF} = \frac{ER}{EU}$ donc $\frac{32}{56} = \frac{ER}{42}$; donc $MR = \frac{32 \times 63}{42} = 48$. $\boxed{\text{Le segment } [MR] \text{ mesure donc } 48\ mm}$

On a donc $ME + ER + RM = 32 + 48 + 36$. Donc $\boxed{\text{le périmètre du triangle } MER \text{ est donc de } 116\ mm}$

Exercice 4

1.



2. Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore, $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
Donc $(x+7)^2 = 5^2 + AC^2$.
Donc $AC^2 = (x+7)^2 - 5^2 = (x^2 + 2 \times x \times 7 + 49) - 25 = x^2 + 14x + 49 - 25 = x^2 + 14x + 24$.