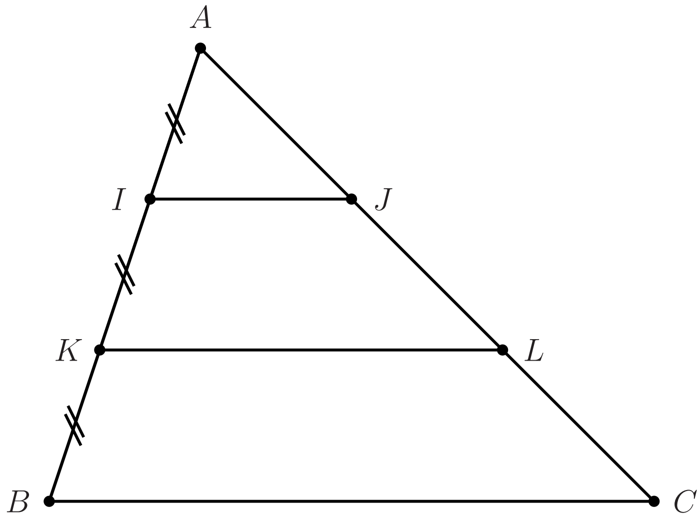
Démonstration du théorème de Thalès

(démonstration utilisant les théorèmes sur les droites des milieux)

ABC est un triangle, et on a divisé l'un des côtés $[AB]$ en trois parties égales : $AI = IK = KB$.



On appelle J le point d'intersection de (AC) et de la droite parallèle à (BC) passant par I.

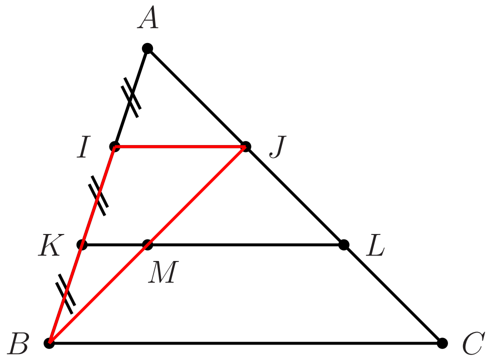
On appelle L le point d'intersection de (AC) et de la droite parallèle à (BC) passant par K.

Construire les points J et L.

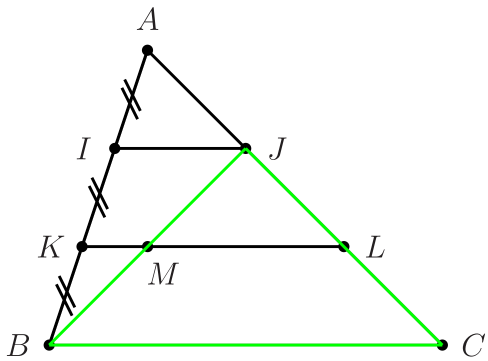
Que remarque t-on ?
Il semble que $AJ = JL = LC$.

Montrer que $AJ = JL$.
Dans le triangle ALK, I est le milieu de $[AK]$ et (IJ) est parallèle à (KL). Donc J est le milieu de $[AL]$, et $AJ = JL$.

Pour montrer que $JL = LC$, on introduit le point M intersection de (BJ) et (KL).
En se servant du triangle BIJ, que peut-on dire du point M ?



Dans le triangle BIJ, K est le milieu de $[BI]$ et (KM) est parallèle à (IJ). Donc M est le milieu de $[BJ]$.



Dans le triangle JBC, M est le milieu de $[BJ]$ et (ML) est parallèle à (BC). Donc L est le milieu de $[JC]$.
Et $JL = LC$.

Que conclure ?
On a montré que $AJ = JL$ et $JL = LC$. Donc $AJ = JL = LC$, et on a donc aussi découpé le côté $[AC]$ en trois parties égales.