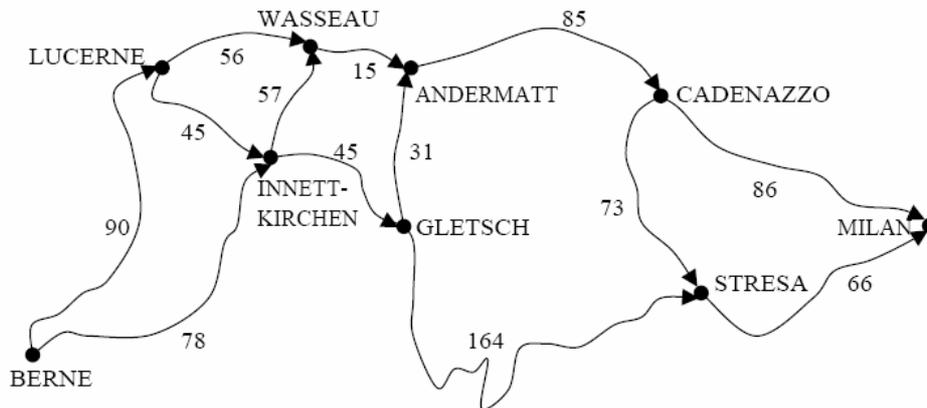
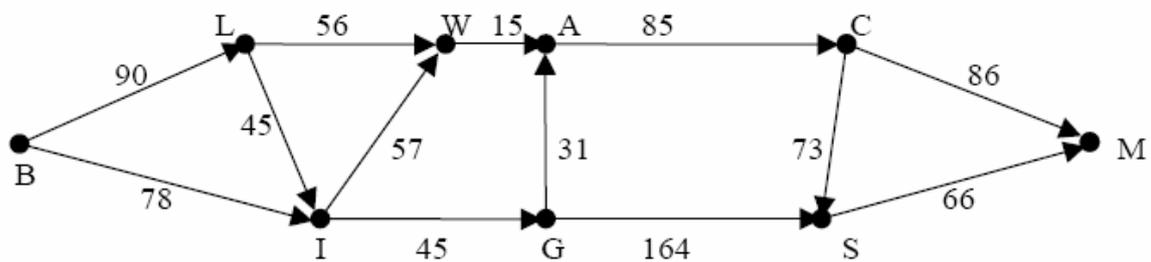


Une entreprise de transport ROUTEXPRESS dont le siège est situé à BERNE, doit effectuer de fréquentes livraisons à MILAN, en dehors de la période hivernale.

Vu la fréquence et le coût de ces livraisons, l'entreprise désire déterminer l'itinéraire le plus court de BERNE à MILAN. On donne ci-dessous, la carte routière avec l'orientation des tronçons de route, ainsi que les distances (en Km) entre les villes.



Réflexion. Simplifions la carte pour se ramène à un graphe pondéré (ou étiqueté) : c'est un graphe orienté (avec boucles ou non) dont les arcs sont affectés de nombres positifs. La longueur ou poids d'un chemin étant la somme des poids des arcs qui le composent. Un plus court chemin étant un chemin de poids minimum.



Solution :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				I ₇₈
		--	--						L ₉₀
				(154,G)			(287,G)		G ₁₂₃
				(150,W)					W ₁₃₅
						(235,A)			A ₁₅₀
							--	(321,C)	C ₂₃₅
								--	S ₂₈₇

Voici le détail de l'application de l'algorithme étape par étape :

On fait le tableau comportant tous les sommets :

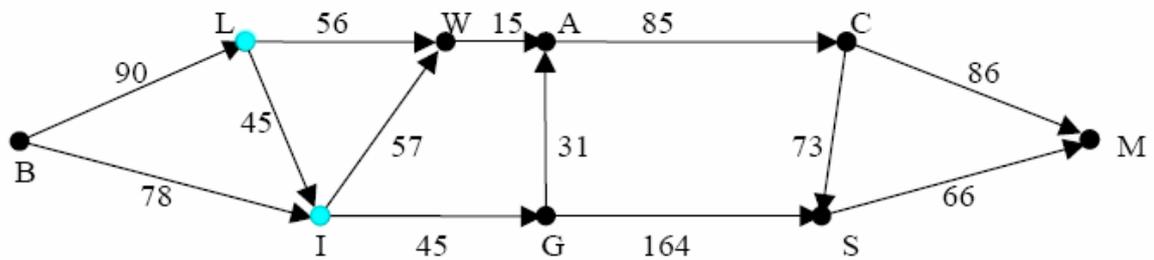
B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif

Puisqu'on part du sommet B, on le place parmi les définitifs

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
									B

Puis on met les distances minimales provisoires reliant R aux sommets adjacents :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B

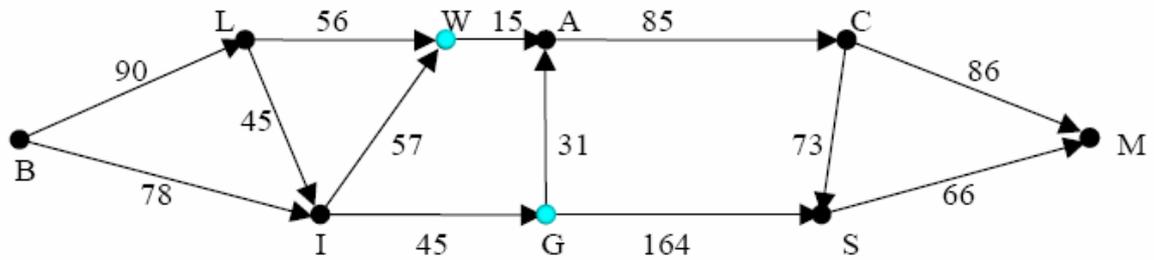


Un plus petit chemin provisoire relie **B** à **I** en 78km ; on choisit donc le sommet **I** comme étant définitif :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
									I

Puis on met les distances minimales provisoires des sommets adjacents à **I** :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				I_{78}



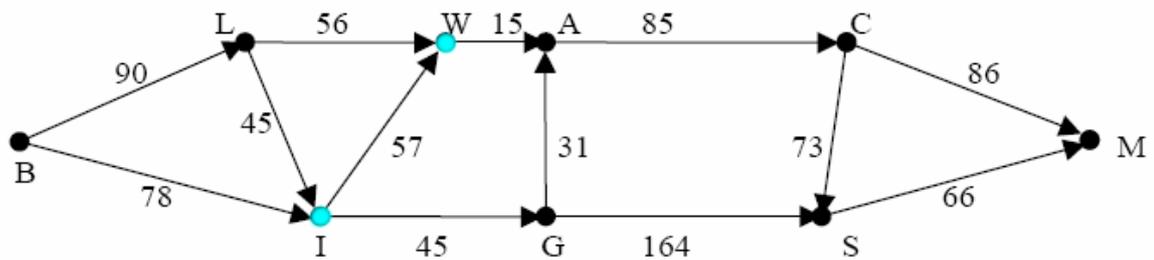
Un plus petit chemin provisoire relie **B** à **L** en 90km ; on choisit donc le sommet **L** comme étant définitif :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
									I_{78}
									L

Puis on met les distances minimales provisoires des sommets adjacents à **L** :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				I_{78}
		--	--						L_{90}

On ne change rien dans le tableau car le passage en **L** rallonge le trajet jusqu'à **I** (135km) et à **W** (146km).

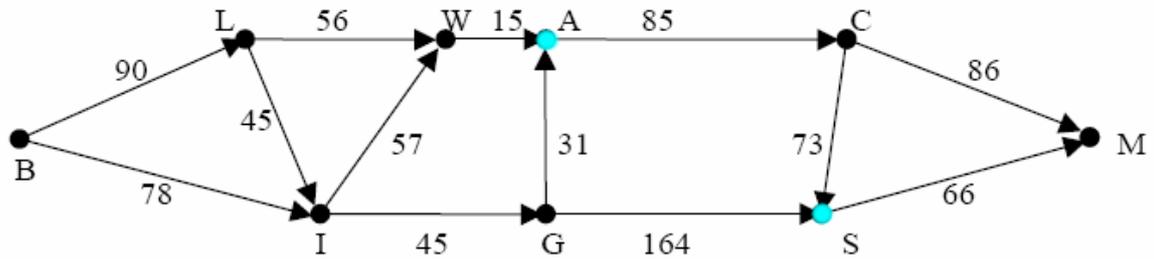


Un plus petit chemin provisoire relie **B** à **G** en 123km ; on choisit donc le sommet **G** comme étant définitif :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				L_{78}
		--	--						L_{90}
									G

Puis on met les distances minimales provisoires des sommets adjacents à **G** :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				L_{78}
		--	--						L_{90}
				(154,G)			(287,G)		G_{123}

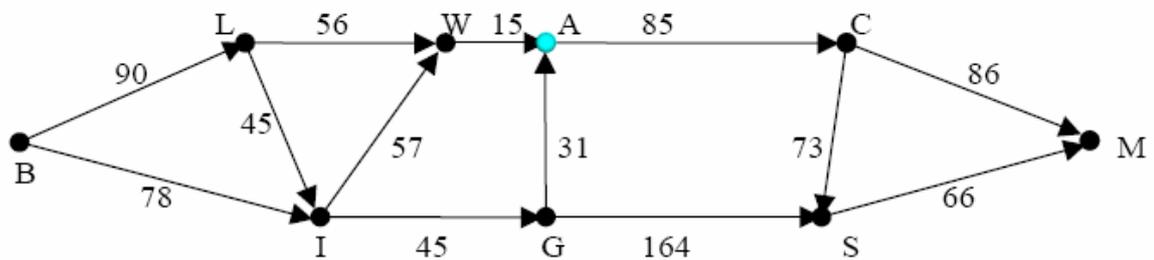


Un plus petit chemin provisoire relie **B** à **W** en 135km ; on choisit donc le sommet **W** comme étant définitif :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				I_{78}
		--	--						L_{90}
				(154,G)			(287,G)		G_{123}
									W

Puis on met les distances minimales provisoires des sommets adjacents à **W** :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				I_{78}
		--	--						L_{90}
				(154,G)			(287,G)		G_{123}
				(150,W)					W_{135}

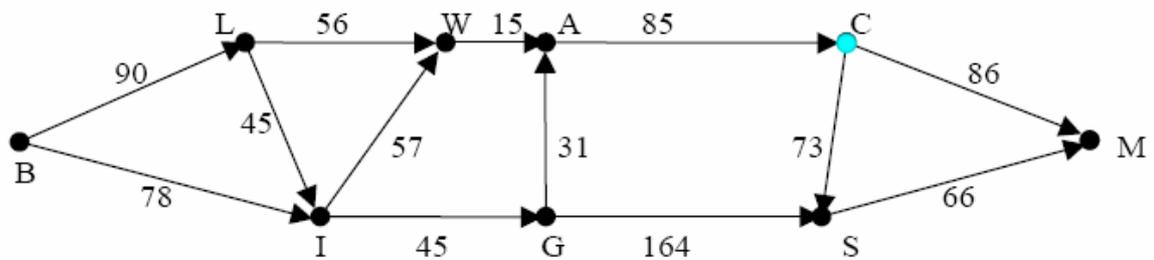


Un plus petit chemin provisoire relie **B** à **A** en 150km ; on choisit donc le sommet **A** comme étant définitif :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				I ₇₈
		--	--						L ₉₀
				(154,G)			(287,G)		G ₁₂₃
				(150,W)					W ₁₃₅
									A

Puis on met les distances minimales provisoires des sommets adjacents à **A** :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				I ₇₈
		--	--						L ₉₀
				(154,G)			(287,G)		G ₁₂₃
				(150,W)					W ₁₃₅
						(235,A)			A ₁₅₀



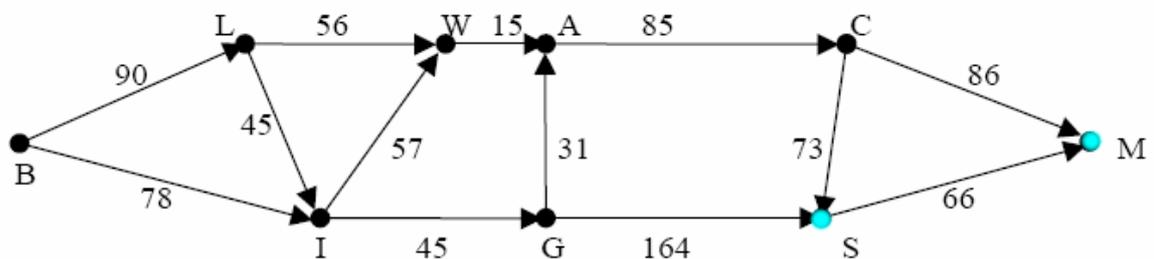
Un plus petit chemin provisoire relie **B** à **C** en 235km ; on choisit donc le sommet **C** comme étant définitif :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				I ₇₈
		--	--						L ₉₀
				(154,G)			(287,G)		G ₁₂₃
				(150,W)					W ₁₃₅
						(235,A)			A ₁₅₀
									C

Puis on met les distances minimales provisoires des sommets adjacents à **C** :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				I ₇₈
		--	--						L ₉₀
				(154,G)			(287,G)		G ₁₂₃
				(150,W)					W ₁₃₅
						(235,A)			A ₁₅₀
							--	(321,C)	C ₂₃₅

On ne change pas dans le tableau la distance vers **S** car le passage en **C** rallonge le trajet jusqu'à **S** (308km).



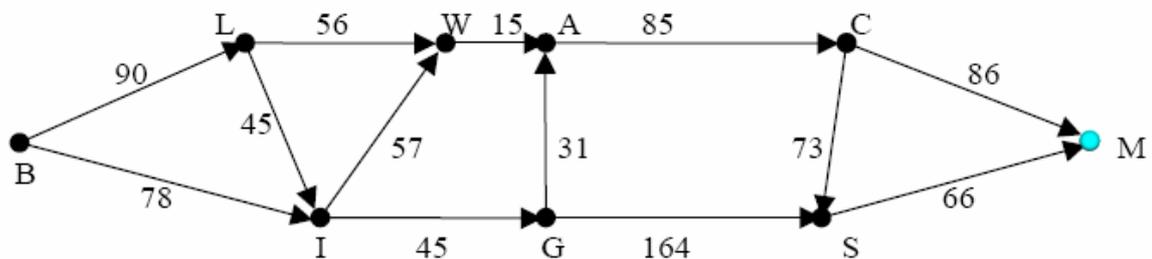
Un plus petit chemin provisoire relie **B** à **S** en 287km ; on choisit donc le sommet **S** comme étant définitif :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				I ₇₈
		--	--						L ₉₀
				(154,G)			(287,G)		G ₁₂₃
				(150,W)					W ₁₃₅
						(235,A)			A ₁₅₀
							--	(321,C)	C ₂₃₅
									S

Puis on met les distances minimales provisoires des sommets adjacents à **S** :

B	L	I	W	A	G	C	S	M	définitif
(0,B)	(90,B)	(78,B)							B
			(135,I)		(123,I)				I ₇₈
		--	--						L ₉₀
				(154,G)			(287,G)		G ₁₂₃
				(150,W)					W ₁₃₅
						(235,A)			A ₁₅₀
							--	(321,C)	C ₂₃₅
								--	S ₂₈₇

On ne change pas dans le tableau la distance vers **M** car le passage en **S** rallonge le trajet jusqu'à **M** (354km).



CONCLUSION :

Un plus petit chemin relie **B** à **M** en 321km : on le lit en partant de la fin : M-C-A-W-I-B ; soit dans le sens de parcours : B-I-W-A-C-M